

СОСУЩЕСТВОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ В ДЛИННЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДАХ

Е.А. Яшкевич, К.Н. Югай

Омский государственный университет, кафедра общей физики,
 644077 Омск, пр. Мира, 55-А

Получена 26 марта 2001 г.

Stationary and nonstationary states in long Josephson junctions are investigated. Bifurcation lines on the parametric bias current-external magnetic field plane are calculated. It is shown that the area limited by bifurcation lines is an area of coexistence of stationary and nonstationary states.

Длинный джозефсоновский переход как физическая и математическая модель нелинейных систем представляет большой интерес. В длинном джозефсоновском переходе был обнаружен динамический хаос [1]. В предыдущей работе [2] получены бифуркационные кривые для стационарных состояний. Было показано, что в области малых значений внешнего магнитного поля и тока смещения существуют только стационарные состояния и их число максимально для данной длины перехода. Однако при увеличении магнитного поля и тока смещения число стационарных состояний уменьшается. Это уменьшение стационарных состояний сопровождается увеличением числа нестационарных состояний. В настоящей работе нами найдены области сосуществования стационарных и нестационарных состояний для различных значений длины перехода и коэффициента диссипации.

Стационарные состояния в длинных джозефсоновских переходах описываются нелинейным стационарным уравнением Феррелла-Прейнджа:

$$\varphi_{xx}(x) = \sin\varphi(x) - \beta, \quad (1)$$

$$\varphi_x(x)|_{x=0} = \varphi_x(x)|_{x=L} = H_0, \quad (2)$$

где $\varphi(x)$ – разность фаз волновых функций на переходе, β – плотность тока, нормированная на критическую плотность тока j_c , H_0 – постоянное внешнее магнитное поле, перпендикулярное к переходу и нормированное на $\tilde{H} = \Phi_0 / (2\pi\lambda_J d)$, Φ_0 – квант потока, $d = 2\lambda_L + b$, где λ_L – лондоновская глубина проникновения

магнитного поля, b – толщина диэлектрического барьера, L – длина джозефсоновского перехода, нормированная на λ_J . Уравнение (1) с граничными условиями (2) при заданных H_0, β, L имеет множество решений, число которых растет с увеличением длины перехода [?]. В связи с этим возникает проблема выбора решения.

С термодинамической точки зрения, решение, соответствующее устойчивому состоянию, должно соответствовать минимуму термодинамического потенциала Гиббса, который в нашем случае имеет вид:

$$G = \int_0^L \left\{ \frac{1}{2} \varphi_x^2(x) + 1 - \cos\varphi(x) - \beta\varphi(x) - H_0\varphi(x) \right\} dx, \quad (3)$$

где G – термодинамический потенциал Гиббса, нормированный на величину $\tilde{G} = \Phi_0^2 / (16\pi^3\lambda_J d)$. Ранее было показано, что экстремальное значение уравнения (1) соответствует минимуму термодинамического потенциала Гиббса [2]. Для стационарных состояний поток для бесконечно длинного перехода может быть вычислен следующим образом:

$$\Phi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x(x) dx = n, \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (4)$$

$$\varphi(x)|_{x \rightarrow -\infty} = 0, \quad \varphi(x)|_{x \rightarrow \infty} = 2\pi.$$

Поток Φ нормирован на квант потока Φ_0 . Для переходов конечной длины выражение для потока можно записать в виде:

$$\Phi = \frac{1}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \varphi_x(x) dx = \frac{1}{2\pi} [\varphi(x_2) - \varphi(x_1)], \quad (5)$$

²e-mail: yugay@univer.omsk.su

где x_1 и x_2 – ближайшие точки к левому и правому берегам перехода соответственно. Используя данное определение точек, были найдены следующие состояния:

- 1) $\Phi = 0$,
- 2) $\Phi = n, n = 1, 2, 3, \dots$,
- 3) $\Phi = n/2 \pm \arcsin \beta/\pi, n = 1, 2, 3, \dots$ (6)

Значение $\Phi=0$ соответствует мейсснеровскому и квазимейсснеровскому состояниям, $\Phi=n$, ($n=1,2,3,\dots$) соответствует флюксонному и антифлюксонному состояниям и $\Phi=n/2 \pm \arcsin \beta/\pi$, ($n = 1, 2, 3, \dots$) – всем остальным состояниям. Состояния с полуцелым числом квантов потока всегда нестабильные, флюксонные состояния являются стабильными, а антифлюксонные – нет. Среди состояний с нулевым числом квантов потока только мейсснеровские состояния являются стабильными [5].

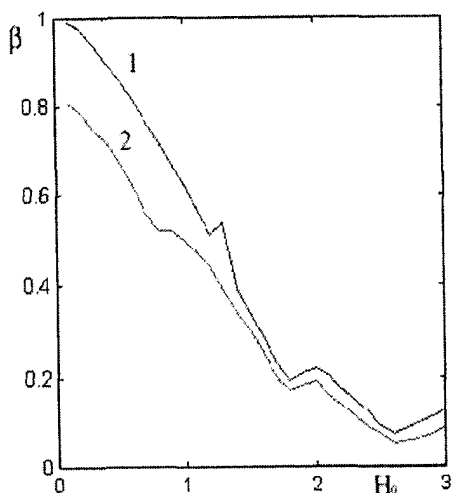


Рис. 1. Область сосуществования стационарных и нестационарных состояний для перехода длины $L=5, \gamma=0,13$; 1 – бифуркационная кривая, ограничивающая область существования стационарных состояний; 2 – бифуркационная кривая, ограничивающая область существования нестационарных состояний.

При помощи численного интегрирования уравнения (1)-(2) были найдены стационарные состояния системы и построена в параметрической плоскости $\beta-H_0$ бифуркационная кривая – линия, разделяющая параметрическую плоскость на две области (рис.1,2,3 кривая 1). Выше бифуркационной кривой расположена область существования нестационарных состояний, ниже – область существования стационарных состояний. Данная кривая получена для переходов различной длины: $L = 5, 8, 10$. Известно, что число стационарных состояний уменьшается с увеличением тока β , одновременно с этим увеличивается

число нестационарных состояний, которые можно найти с помощью численного интегрирования нестационарного уравнения \sin -Гордона:

$$\varphi_{tt}(x, t) + 2\gamma\varphi_t(x, t) - \varphi_{xx}(x, t) = -\sin \varphi(x, t) + \beta, \tag{7}$$

$$\varphi_x(x, t)|_{x=0} = \varphi_x(x, t)|_{x=L} = H_0, \tag{8}$$

где t – время, нормированное на джозефсоновскую частоту $\omega_J, \omega_J = (2\pi c j_c / C\Phi_0)^{1/2}$, γ – коэффициент диссипации. При вычислении потока для переходов конечной длины для нестационарных состояний точки x_1 и x_2 будут зависеть от времени $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t)$. Эти точки определяют, используя условия исчезновения полного тока в переходе. Используя эти условия, были определены следующие состояния [5]:

- 1) $\Phi = 0$,
- 2) $\Phi = n(t), n = 1, 2, 3, \dots$,
- 3) $\Phi = n(t)/2 \pm \arcsin \beta/\pi, n = 1, 2, 3, \dots$ (9)

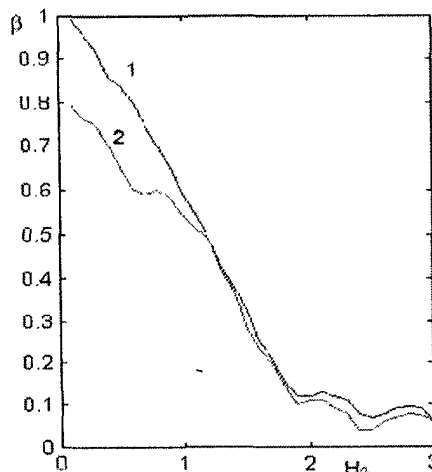


Рис. 2. Область сосуществования стационарных и нестационарных состояний для перехода длины $L=8, \gamma=0,13$; 1 – бифуркационная кривая, ограничивающая область существования стационарных состояний, 2 – бифуркационная кривая, ограничивающая область существования нестационарных состояний.

Численно решая нестационарное уравнение \sin -Гордона и используя выражение для квантование потока, в параметрической плоскости $\beta-H_0$ построена бифуркационная кривая, ограничивающая область существования нестационарных состояний (рис. 1,2,3 кривая 2). Ниже данной кривой находится область существования стационарных состояний.

Область, ограниченная двумя бифуркационными кривыми является областью сосуществования стационарных и нестационарных состояний. Эта область рассчитана для переходов различной длины: $L = 5$ (рис.1), $L = 8$ (рис.2), $L = 10$ (рис.3), $\gamma = 0,13$. На основе полученных данных можно сделать вывод о том, что размеры области зависят от длины перехода, а также от коэффициента диссипации γ .

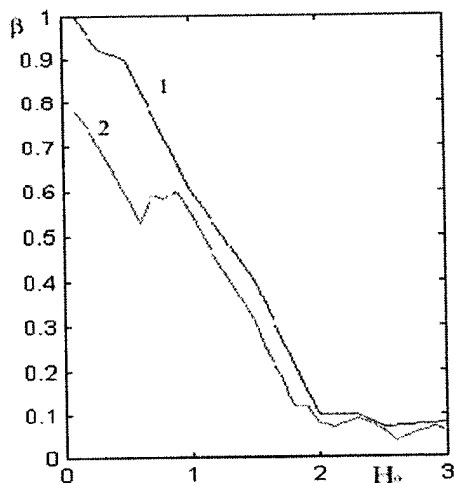


Рис. 3. Область сосуществования стационарных и нестационарных состояний для перехода длины $L=10$; 1 - бифуркационная кривая, ограничивающая область существования стационарных состояний; 2 - бифуркационная кривая, ограничивающая область существования нестационарных состояний, $\gamma=0,13$.

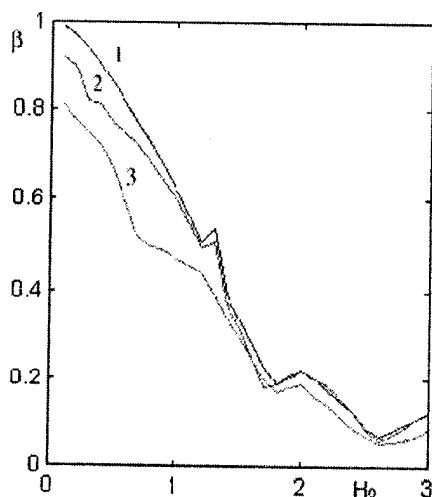


Рис.4. Область сосуществования стационарных и нестационарных состояний для перехода длины $L=5$; 1 - бифуркационная кривая, ограничивающая область существования стационарных состояний; бифуркационная кривая, ограничивающая область

существования нестационарных состояний: 2 - $\gamma=0,26$, 3 - $\gamma=0,13$.

На рис.4 представлены бифуркационные кривые, рассчитанные при различных значениях коэффициента диссипации: $\gamma=0,13$ (кривая 3) и $\gamma=0,26$ (кривая 2), из которого видно, что с увеличением γ область сосуществования сужается, и бифуркационные кривые, соответствующие стационарным и нестационарным состояниям, в некоторых точках сливаются в одну кривую.

В результате нашей работы получены области сосуществования стационарных и нестационарных состояний для длинных джозефсоновских переходов. Заметим, что внутри этих областей одновременно реализуются стационарные и нестационарные состояния, что характерно только для нелинейных систем, к которым относятся джозефсоновские переходы. Мы предполагаем, что именно в этих областях находятся "полоски хаоса" [2]. В дальнейшем планируется, используя область сосуществования, исследовать динамический хаос.

- [1] Yeh W.J., Symko O.G, Zheng.D.J. Chaos in long Josephson junctions without external rf driving force // Phys. Rev. 1990. V.42. №7. P. 4080-4087.
- [2] Yugay K.N., Blinov N.V., Shirokov I.V. Bifurcations and chaos strip in states of long Josephson junctions // Fiz. Nizk. Temp. 1999. V.25. №7. P. 712-717.
- [3] Yugay K.N., Blinov N.B., Shirokov I.V. Asymptotic states in long Josephson junctions in an external magnetic field // Phys. Rev. 1993. V. 49. №17. P. 12036-12039.
- [4] Yugay K.N., Blinov N.V., Shirokov I.V. Effect of memory and dynamical chaos in long Josephson junctions // Phys. Rev. 1994. V.51. №18. P. 12737-12741.
- [5] Yugay K.N., Blinov N.V., Shirokov I.V. Flux quantization in stationary and nonstationary states in long Josephson junctions // Low Temper. Phys. 2000. V.26. №11. P. 791-795.